

FICHE : DÉRIVÉES ET PRIMITIVES DES FONCTIONS USUELLES

Domaine de définition et de dérivabilité des fonctions usuelles

- $\text{sh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
- $\text{ch} : \mathbb{R} \rightarrow [1, +\infty[$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
- $\text{th} : \mathbb{R} \rightarrow]-1, 1[$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
- $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ est dérivable sur $] -1, 1[$.
- $\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ est dérivable sur $] -1, 1[$.
- $\arctan : \mathbb{R} \rightarrow]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Domaine de définition et de dérivabilité des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, f' est la dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

$f(x)$	I	$f'(x)$
$a^x (a > 0)$	$\mathbb{R}$	$a^x \ln a$
$\log_a x (a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{\ln a} \frac{1}{x}$
$x^\alpha (\alpha \in \mathbb{R})$	$\mathbb{R}_+^*$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\text{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{sh}(x)$
$\text{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{ch}(x)$
$\text{th}(x)$	$\mathbb{R}$	$1 - \text{th}^2(x) = \frac{1}{\text{ch}^2(x)}$
$\text{coth}(x)$	$\mathbb{R}^*$	$\frac{-1}{\text{sh}^2(x)}$
$\arcsin(x)$	$] -1, 1[$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos(x)$	$] -1, 1[$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$

Primitives des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, F est une primitive de f sur l'intervalle I. Ces primitives sont uniques à une constante près notée C.

$f(x)$	I	F(x)
$a^x (a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\ln a} a^x + C$
$x^\alpha (a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\})$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C (\alpha \in \mathbb{R})$
$\text{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{ch}(x) + C$
$\text{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{sh}(x) + C$
$1 - \text{th}^2(x) = \frac{1}{\text{ch}^2(x)}$	$\mathbb{R}$	$\text{th}(x) + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] -1, 1[$	$\arcsin(x) + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\arctan(x) + C$

Primitives des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, F est **une** primitive de f sur l'intervalle I. Ces primitives sont **uniques à une constante près** notée C.

$f(x)$	I	F(x)
λ (constante)	$\mathbb{R}$	$\lambda x + C$
x	$\mathbb{R}$	$\frac{x^2}{2} + C$
x^n ($n \in \mathbb{N}^*$)	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$] -\infty, 0[$ ou $] 0, +\infty[$	$\ln x + C$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$	$] -\infty, 0[$ ou $] 0, +\infty[$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$] 0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + C$
$\ln x$	$\mathbb{R}_+^*$	$x \ln x - x + C$
e^x	$\mathbb{R}$	$e^x + C$
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$\sin x + C$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\left] -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[, \quad k \in \mathbb{Z}$	$\tan x + C$

Opérations et primitives

On suppose que u est une fonction dérivable sur un intervalle I

- Une primitive de $u' u^n$ sur I est $\frac{u^{n+1}}{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)
- Une primitive de $\frac{u'}{u^2}$ sur I est $-\frac{1}{u}$.
- Une primitive de $\frac{u'}{u^n}$ sur I est $-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$. ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.)
- Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ sur I est $2\sqrt{u}$ (En supposant $u > 0$ sur I.)
- Une primitive de $\frac{u'}{u}$ sur I est $\ln |u|$.
- Une primitive de $u' e^u$ sur I est e^u .

Plus généralement, si $u > 0$ sur I et si $a \in \mathbb{R}$, une primitive de $u' u^a$ sur I est :

$$\int u' u^a = \begin{cases} \frac{1}{a+1} u^{a+1} + C & \text{si } a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \ln u + C & \text{si } a = -1 \end{cases}$$